МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ІМЕНІ МИХАЙЛА ОСТРОГРАДСЬКОГО

Кафедра комп’ютерної інженерії та електроніки

ЗВІТ ПРО ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНИХ РОБІТ

з навчальної дисципліни

**«Ймовірнісно-статистичні методи інформаційних технологій»**

Студент гр. КН-23-1 ПІБ Полинько І.М.

Викладач ЙСмІТ ПІБ Сидоренко В.М.

Кременчук 2024

**Практична робота № 1**

**Виконав: Полинько Ігор Миколайович,**

**Група: КН-23-1**

**Варіант: 20**

**Тема. Елементи комбінаторики. Класичне визначення ймовірності. Застосування комбінаторики для розрахунку ймовірностей.**

**Мета:** набути практичних навичок у розв’язанні задач з комбінаторики.

**Задачі для самостійного розв’язання**

Виконати індивідуальне завдання. Завдання полягає у розв’язанні п’яти задач, які потрібно вибрати зі списку, наведеного нижче. Правило вибору номерів таке: , де – номер студента у списку групи. У разі, якщо було досягнуто кінця списку задач, потрібно циклічно повернутися до його початку.

**Завдання 4:**

У групі 9 людей. Скільки різних підгруп можливо створити за умови, що в підгрупі має бути не менше, ніж дві людини?

**Розв’язання:**

.

**Завдання 5:**

Скількома способами можливо розташувати на полиці 7 різних книг, якщо:

а) 2 певні книги повинні стояти поряд;

б) ці дві книги не повинні стояти поряд?

**Розв’язання:**

а) ;

б) .

**Завдання 6:**

Групу з 20 студентів потрібно розділити на 3 бригади, за умови, що в першу бригаду повинні входити 3 людини, в другу – 5 і в третю – 12. Скількома способами це можливо виконати?

**Розв’язання:**

.

**Завдання 7:**

Скільки шестизначних чисел можливо створити з цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, якщо кожне число повинно складатися з трьох парних і трьох непарних цифр, причому жодна цифра не входить у число більше, ніж один раз?

**Розв’язання:**

;

;

;

.

**Завдання 8:**

Скільки різних чисел можливо отримати, переставляючи числа 2 233 344 455?

**Розв’язання:**

.

**Практична робота № 2**

**Виконав: Полинько Ігор Миколайович,**

**Група: КН-23-1**

**Варіант: 20**

**Тема. Класичне визначення ймовірності. Застосування комбінаторики для розрахунку ймовірностей.**

**Мета:** набути практичних навичок розв’язання задач з підрахунку ймовірностей на підставі класичного визначення з використанням формул комбінаторики.

**Задачі для самостійного розв’язання**

Виконати індивідуальне завдання. Завдання полягає у розв’язанні п’яти задач, які потрібно вибрати зі списку, наведеного нижче. Правило вибору номерів таке: , де – номер студента у списку групи. У разі, якщо було досягнуто кінця списку задач, потрібно циклічно повернутися до його початку.

**Завдання 20:**

Кинуто 3 гральні кістки. Знайти ймовірність того, що на всіх кістках випаде парне число.

**Розв’язання:**

*.*

**Завдання 21:**

Локальна мережа може обслуговувати 13 комп’ютерів у першому приміщенні та 17 комп’ютерів у другому, комп’ютери включаються в роботу незалежно від інших. У деякий момент часу в мережі працювало 10 комп’ютерів. Визначити ймовірність того, що з них 7 комп’ютерів працювало в першому приміщенні і 3 в другому.

**Розв’язання:**

**Завдання 1:**

Сервер працює в мультирежимі і за деякий час обробляє *15* задач клієнтів першої групи і *5* задач – другої. Визначити ймовірність того, що за деякий час буде обслуговано *7* задач першої групи і *3* задачі другої.

**Розв’язання:**

.

**Завдання 2:**

Куб, усі грані якого пофарбовані, розрізано на 1000 кубиків однакового розміру, які потім були ретельно перемішані. Знайти ймовірність того, що навмання витягнутий кубик матиме пофарбованих граней: а) одну; б) дві; в) три.

**Розв’язання:**

в) ;

б) ;

а) ;

**Завдання 3:**

*N* людей навмання було розміщено за круглим столом (*N>2*). Знайти ймовірність *p* того, що дві фіксовані людини *A* та *B* сидітимуть поруч.

**Розв’язання:**

;

**Практична робота № 3**

**Виконав: Полинько Ігор Миколайович,**

**Група: КН-23-1**

**Варіант: 20**

**Тема. Геометрична ймовірність. Аксіоматичне визначення ймовірності. Теореми множення та додавання ймовірностей. Формула повної ймовірності та формула Баєса.**

**Мета:** набути практичних навичок у розв’язанні задач з підрахунку ймовірностей на підставі геометричного визначення ймовірності, алгебри подій та теорем множення і додавання ймовірностей; навчитися застосовувати на практиці формули повної ймовірності та Баєса.

**Задачі для самостійного розв’язання**

Виконати індивідуальне завдання. Завдання полягає у розв’язанні п’яти задач, які потрібно вибрати зі списку, наведеного нижче. Правило вибору номерів таке: , де – номер студента у списку групи. У разі, якщо було досягнуто кінця списку задач, потрібно циклічно повернутися до його початку.

**Завдання 20:**

Є 10 монет, причому на одній з них герб з обох сторін, а інші монети звичайні. Навмання вибирають монету і підкидають 10 раз, причому всі 10 раз випадає герб. Знайти ймовірність того, що була вибрана монета з двома гербами.

**Розв’язання:**

H: подія, що обрано монету з гербом з обох сторін.

E: подія, що всі 10 підкидань показали герб.

**Завдання 21:**

Із сервером комп’ютерної мережі за допомогою комутатора з’єднані дві підмережі з різною кількістю комп’ютерів. Існує ймовірність перевантаження сервера під час обробки запитів від комп’ютерів певної підмережі. Ймовірність того, що в певний момент часу до сервера надійдуть запити від комп’ютерів першої підмережі, дорівнює 0,6, від комп’ютерів другої підмережі – 0,4. Імовірність перевантаження сервера внаслідок обробки потоку запитів від комп’ютерів першої підмережі дорівнює 0.1, від комп’ютерів другої підмережі – 0.2. Знайти:

а) ймовірність перевантаження сервера;

б) імовірність того, що якщо виникло перевантаження, то це було спричинено потоком запитів від комп’ютерів першої підмережі;

в) ймовірність того, що якщо виникло перевантаження, то це було спричинено потоком запитів від комп’ютерів другої підмережі.

**Розв’язання:**

A1​: подія, що запити надійшли від комп’ютерів першої підмережі.

A2: подія, що запити надійшли від комп’ютерів другої підмережі.

B: подія, що сервер перевантажився.

a)

б)

в)

**Завдання 22:**

Кількість вантажівок, що проїжджають по шосе, на якому стоїть бензоколонка, співвідноситься з кількістю легкових машин як 3/2. Ймовірність того, що буде заправлятися вантажівка, дорівнює 0,1, для легкових машин ця ймовірність дорівнює 0,2. До бензоколонки для заправки під’їхала машина. Знайти ймовірність того, що це вантажівка.

**Розв’язання:**

A: подія, що автомобіль — вантажівка.

B: подія, що автомобіль — легковий.

C: подія, що автомобіль заправляється.

**Завдання 1:**

Точку кинуто в коло радіуса *R*. Знайти ймовірність того, що вона влучить у площину вписаного квадрата.

**Розв’язання:**

Діагональ квадрата дорівнює діаметру кола, тобто 2R.

Для квадрата з діагоналлю d, сторона квадрата a визначається як:

;

**Завдання 2:**

У квадрат з вершинами в точках (0,0), (0,1), (1,1), (1,0) навмання кинуто точку (*x,y*). Знайти ймовірність того, що координати цієї точки відповідають нерівності *y<2x*.

**Розв’язання:**

Нерівність y<2x задає область під лінією y=2x, яка є прямою, що проходить через точку (0,0). Ця пряма буде перетинати верхню межу квадрата y=1 у точці (0.5,1), оскільки при y=1:

;

Область, що задовольняє умови y<2x, обмежена прямою y=2x та лініями y=0 і x=1. Це трикутник з вершинами в точках (0,0), (0.5,1) і (1,0). Основа трикутника дорівнює 0.5, а висота дорівнює 1:

**Практична робота № 4**

**Виконав: Полинько Ігор Миколайович,**

**Група: КН-23-1**

**Варіант: 20**

**Тема. Схема Бернуллі.**

**Мета:** набути практичних навичок розв’язання типових задач у рамках схеми Бернуллі.

**Задачі для самостійного розв’язання**

Виконати індивідуальне завдання. Завдання полягає у розв’язанні п’яти задач, які потрібно вибрати зі списку, наведеного нижче. Правило вибору номерів таке: , де – номер студента у списку групи. У разі, якщо було досягнуто кінця списку задач, потрібно циклічно повернутися до його початку.

**Завдання 20:**

Баскетболіст чотири рази кидає м’яч у кошик. Імовірність влучення м’ячом щоразу незмінна і дорівнює 0,9. Обчислити ймовірність таких дій:

в) Обчислити ймовірність найбільшого ймовірного числа влучень у кошик.

**Розв’язання:**

а) кількість влучень дорівнюватиме рівним трьом:

Схема Бернуллі:

б) не більше трьох;

Ймовірність 0 влучень:

Ймовірність 1 влучень:

Ймовірність 2 влучень:

Ймовірність 3 влучень:

**Завдання 21:**

Імовірність появи випадкової події в кожному незалежному випробуванні незмінна і дорівнює 0,6. Скільки необхідно провести випробувань, щоб з імовірністю 0,99 можна було очікувати, що відхилення відносної частоти появи події від її ймовірності р = 0,6 виявиться за абсолютною величиною не більшою, ніж 0,001?

**Розв’язання:**

**Завдання 22:**

Монету кидають 225 разів. Обчислити ймовірність таких дій:

**Розв’язання:**

a) герб випадає 110 разів;

Оскільки , то скористаємося наближеною формулою Лапласа:

Знаменник: ;

б) герб випадає від 110 до 200 разів.

;

Значення беруться з таблиці інтегральної функції Лапласа:

;

**Завдання 1:**

Імовірність влучення в мішень унаслідок одного пострілу для стрілка дорівнює *0,8* і не залежить від номера пострілу. Потрібно знайти ймовірність того, що внаслідок п’яти пострілів відбудеться рівно *2* влучення в мішень.

**Розв’язання:**

**Завдання 2:**

Знайдіть *найбільш імовірну кількість* влучень у мішень унаслідок п’яти пострілів, використовуючи умову попередньої задачі, і відповідну цій кількості ймовірність.

**Розв’язання:**

Отже, найбільша ймовірність влучення спостерігається для 4-ох влучень .

**Практична робота № 5**

**Виконав: Полинько Ігор Миколайович,**

**Група: КН-23-1**

**Варіант: 20**

**Тема. Закони розподілу та числові характеристики випадкових величин**

**Мета:** набути практичних навичок у розв’язанні задач щодо знаходження законів розподілу та числових характеристик дискретних та неперервних випадкових величин, зокрема нормального закону, та розв’язання типових задач до цієї теми.

**Задачі для самостійного розв’язання**

Виконати індивідуальне завдання. Завдання полягає у розв’язанні п’яти задач, які потрібно вибрати зі списку, наведеного нижче. Правило вибору номерів таке: , де – номер студента у списку групи. У разі, якщо було досягнуто кінця списку задач, потрібно циклічно повернутися до його початку.

**Завдання 4:**

В урні 7 кульок, з яких 4 білі, а інші – чорні. З цієї урни навмання беруть 3 кульки. ДВВ – кількість білих кульок. Необхідно:

**Розв’язання:**

1) знайти закон розподілу ДВВ;

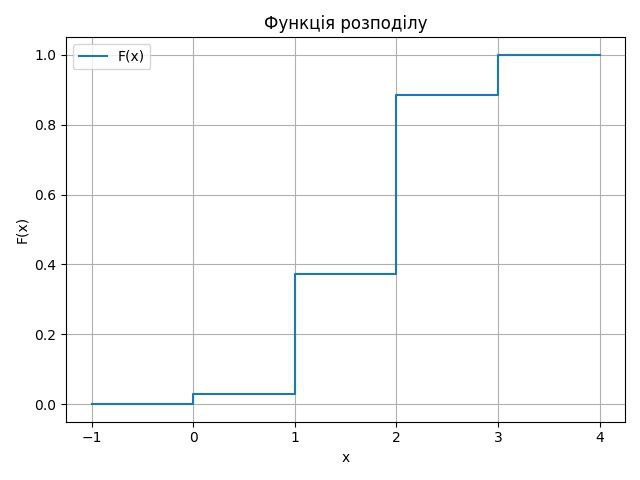
|  |  |
| --- | --- |
| ***X (кількість білих кульок)*** | ***Ймовірність P(X=k)*** |
| *0* | *0.03* |
| *1* | *0.34* |
| *2* | *0.51* |
| *3* | *0.11* |

2) виразити функцію розподілу та функцію щільності розподілу ДВВ за допомогою функції Хевісайда та -функції Дірака;

Функція розподілу:

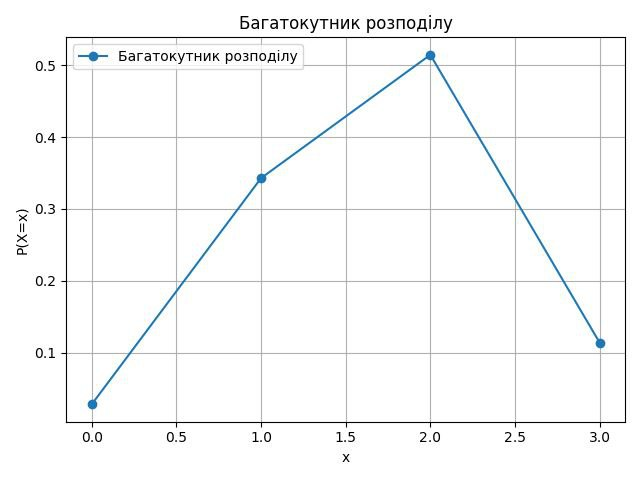
Функція щільності розподілу:

3) побудувати графіки функцій розподілу та щільності розподілу;



4) знайти ймовірність події ;

5) побудувати багатокутник розподілу;



6) знайти математичне сподівання, дисперсію, середнє квадратичне відхилення, теоретичні початкові та центральні моменти 3-го та 4-го порядку;

Математичне сподівання:

Дисперсія:

Середнє квадратичне відхилення:

Теоретичні початкові моменти 3-го та 4-го порядку:

Теоретичні центральны моменти 3-го та 4-го порядку:

7) знайти асиметрію та ексцес.

Коефіцієнт асиметрії:

Коефіцієнт ексцесу:

**Завдання 5:**

Завод відправив на базу 500 цілих деталей. Імовірність зіпсування кожної деталі в дорозі . Знайти закон розподілу ДВВ , що дорівнює кількості зіпсованих деталей, і знайти ймовірності подій:

* пошкоджено менше, ніж 3 деталі;
* пошкоджено більше, ніж 2 деталі;
* пошкоджено хоча б одну деталь.

**Розв’язання:**

Закон розподілу ДВВ:

Оскільки 𝑝 дуже мале, а 𝑛 достатньо велике, біноміальний розподіл можна наближено описати розподілом Пуассона із параметром:

Пошкоджено менше, ніж 3 деталі:

Пошкоджено більше, ніж 2 деталі:

Пошкоджено хоча б одну деталь:

**Завдання 6:**

НВВ має рівномірний розподіл з параметрами . Функція щільності рівномірного розподілу . Вивести формулу функції рівномірного розподілу , формулу для математичного сподівання , дисперсії , асиметрії , ексцесу , імовірності події :

**Розв’язання:**

Функція розподілу 𝐹(𝑥):

Якщо :

Якщо :

Якщо :

Математичне сподівання:

Дисперсія:

Асиметрія:

Ексцес:

Імовірність події:

;

Якщо , беремо .

Якщо , беремо .

**Завдання 7:**

НВВ має експоненціальний розподіл з параметром . Функція щільності експоненціального розподілу . Вивести формулу функції рівномірного розподілу , формулу для математичного сподівання , дисперсії , імовірності події .

**Розв’язання:**

Щільність розподілу:

Функція розподілу:

Якщо :

Якщо :

Математичне сподівання:

Дисперсія:

Імовірність подїї :

Якщо

**Завдання 8:**

НВВ має розподіл Коші. Функція щільності розподілу Коші задана у вигляді , де – деяка константа. Знайти константу , функцію розподілу Коші та ймовірність події .

**Розв’язання:**

Знаходження константи :

Функція розподілу Коші:

Ймовірність події :

**Практична робота № 6**

**Виконав: Полинько Ігор Миколайович,**

**Група: КН-23-1**

**Варіант: 20**

**Тема. Закони розподілу функцій випадкових величин. Композиція законів розподілу. Розподіл екстремальних значень**

**Мета:** набути практичних навичок розв’язання задач з обчислення функцій від випадкових величин, їх законів розподілу та числових характеристик.

**Задачі для самостійного розв’язання**

Виконати індивідуальне завдання. Завдання полягає у розв’язанні п’яти задач, які потрібно вибрати зі списку, наведеного нижче. Правило вибору номерів таке: , де – номер студента у списку групи. У разі, якщо було досягнуто кінця списку задач, потрібно циклічно повернутися до його початку.

**Завдання 7:**

Знайти закон розподілу . , .

**Розв’язання:**

Закон розподілу :

Закон розподілу:

Закон розподілу :

Формула згортки:

В результаті:

**Завдання 8:**

Знайти закон розподілу . ,.

**Розв’язання:**

Нормальний розподіл:

Математичне сподівання:

Дисперсія:

Функція щільності розподілу Z:

**Завдання 9:**

Знайти закон розподілу . , .

**Розв’язання:**

Функція розподілу 𝐹(𝑥):

Розглянемо інтеграл згортки. Оскільки лише для , межі інтегрування обмежуються умовами:

Тоді інтеграл пересується:

**Завдання 10:**

Знайти закон розподілу . , .

**Розв’язання:**

Для сум можливі значення Z лежать у межах:

Функція щільності

Розрахунок для:

Розрахунок для:

Функція розподілу:

Для :

Для :

Для :

Перший інтеграл (від 2a до a+b):

Другий інтеграл (від a+b до z):

**Завдання 11:**

Знайти закон розподілу . , .

Розрахунок для:

Щільність:

Для:

і одночасно

Щільність:

Функція розподілу:

Для

Для

Для

Для

Для

**Практична робота № 7**

**Виконав: Полинько Ігор Миколайович,**

**Група: КН-23-1**

**Варіант: 20**

**Тема. Найпростіший потік подій. Елементи теорії СМО. Ланцюги Маркова**

**Мета:** набути практичних навичок розв’язання задач щодо випадкових процесів, СМО та ланцюгів Маркова.

**Задачі для самостійного розв’язання**

Виконати індивідуальне завдання. Завдання полягає у розв’язанні двох задач, які потрібно вибрати зі списку, наведеного нижче. Правило вибору номерів таке: , де – номер студента в списку групи. У разі, якщо було досягнуто кінця списку задач, потрібно циклічно повернутися до його початку.

**Завдання 20:**

Задано матрицю переходу . Знайти матрицю переходу .

**Розв’язання:**

**Завдання 1:**

Побудувати граф станів СМО «-клієнтів –Web-сервер» (система М/М/1) і систему рівнянь Колмогорова для , , . .

**Розв’язання:**

Побудова графу станів:

Система обслуговування M/M/1 з n=2n=2 клієнтами може перебувати у трьох станах:

: Усі клієнти перебувають у клієнтській фазі (немає запитів у черзі чи обслуговуванні).

: Один клієнт у системній фазі (Web-сервер обробляє один запит).

: Один клієнт обслуговується, а інший у черзі.

Перехід між станами визначається інтенсивностями потоків:

: інтенсивність надходження завдань до сервера.

: інтенсивність обслуговування сервером.

Граф переходів:

Із до із інтенсивністю (новий запит).

Із до із інтенсивністю (обслуговування завершено).

Із до із інтенсивністю (новий запит надходить у чергу).

Із до із інтенсивністю (обслуговування завершено, клієнт із черги починає оброблятися).

Система рівнянь Колмогорова:

Динамічні рівняння:

рівняння нормування:

Статистичний режим:

рівняння нормування:

Розв’язок системи:

Підставимо значення :

Отже:

То:

Ймовірність зайнятості сервера:

Середня інтенсивність потоку:

Середня кількість завдань у системі:

Час перебування завдання у системі:

Час очікування у черзі:

**Практична робота № 8**

**Виконав: Полинько Ігор Миколайович,**

**Група: КН-23-1**

**Варіант: 20**

**Тема. Основи вибіркового методу**

**Мета:** набути практичних навичок розв’язання типових задач з основ вибіркового методу, точкового та інтервального оцінювання числових характеристик випадкової величини.

**Задачі для самостійного розв’язання**

Виконати індивідуальне завдання, яке полягає в розрахунку числових і функціональних характеристик вибірки (вибірка вибирається згідно з варіантом) згідно з прикладами 4.1-4.20. Номер варіанта – номер студента в списку групи. У разі, якщо було досягнуто кінця списку задач, потрібно циклічно повернутися на його початок.

**Завдання 20:**

X = [ 7 7 3 1 2 ]

**Розв’язання:**

Варіаційний ряд:

Частоти значень:

1 зустрічається 1 раз.

2 зустрічається 1 раз.

3 зустрічається 1 раз.

7 зустрічається 2 рази.

Визначення основних характеристик:

Вибіркова дисперсія:

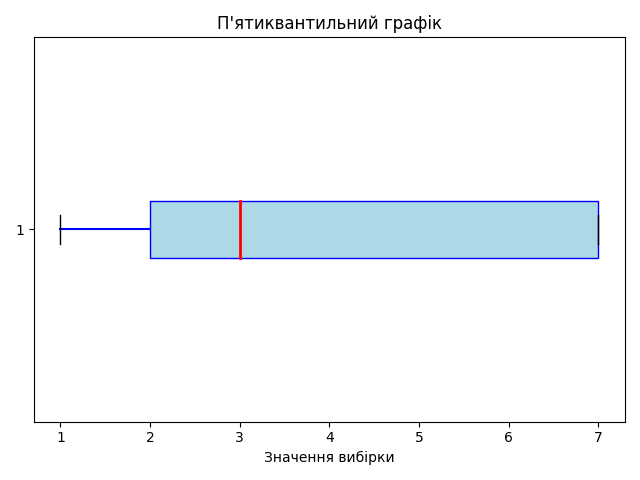
Вибіркове стандарте відхилення:

Вибіркова асиметрія:

Графік:

Медіана - 50-й центиль.

Для 25-го та 75-го центилів, оскільки вибірка мала 5 елементів, ці значення будуть знаходитися на межах відповідних квартилів.

**

Отже:

Медіана = 3,  
Q1(перший квартиль) приблизно 2,

Q3(третій квартиль) приблизно 5,

Медіана = 1,

Медіана = 7.